Gheorghe Iurea, Dorel Luchian,
Gabriel Popa, Ioan Șerdean, Adrian Zanoschi

matematică

evaluarea națională 2019

clasa a VIII-a

- Memorator de matematică
- Teme recapitulative
- 5 Variante de subiecte pentru luna Decembrie
- 5 Variante de subiecte pentru luna Martie
- 80 Variante de subiecte după modelul M.E.N.

ÎNVĂȚARE DE CONSOLIDARE®
antrenament

Editura Paralela 45

Cuprins

MEMORATOR DE MATEMATICĂ

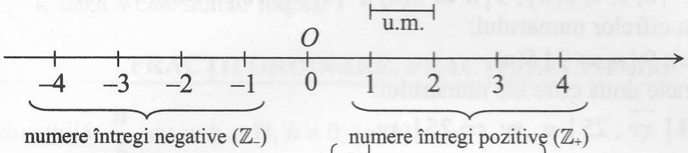
ALGEBRĂ

MULȚIMI NUMERICE

$\mathbb{N}$ – mulțimea numerelor naturale; $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \ldots\}$, $\mathbb{N}^* = \mathbb{N} \setminus \{0\}$.

$\mathbb{Z}$ – mulțimea numerelor întregi; $\mathbb{Z} = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$, $\mathbb{Z}^* = \mathbb{Z} \setminus \{0\}$.

$\mathbb{Z}_+ = \{x \in \mathbb{Z} \mid x > 0\}$; $\mathbb{Z}_- = \{x \in \mathbb{Z} \mid x < 0\}$.



$\mathbb{Q}$ – mulțimea numerelor raționale; $\mathbb{Q} = \left\{\frac{a}{b} \,\middle|\, a \in \mathbb{Z} \text{ și } b \in \mathbb{Z}^*\right\}$.

$\mathbb{Q}^* = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$; $\mathbb{Q}_+ = \{x \in \mathbb{Q} \mid x > 0\}$; $\mathbb{Q}_- = \{x \in \mathbb{Q} \mid x < 0\}$.

$\mathbb{R}$ – mulțimea numerelor reale, $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

$\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ = mulțimea numerelor iraționale.

$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.

OPERAȚII CU MULȚIMI

Reuniunea: $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ sau } x \in B\}$.
Intersecția: $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ și } x \in B\}$.
Diferența: $A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ și } x \notin B\}$.

OPERAȚII CU NUMERE

$1 + 2 + 3 + \ldots + n = \frac{(1+n) \cdot n}{2}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$ (citim: „n factorial”); $0! = 1$.

Factor comun: $f \cdot a \pm f \cdot b = f \cdot (a \pm b)$, $\forall a, b, f \in \mathbb{R}$.

Opusul numărului real r este numărul real $-r$.

Inversul numărului real nenul r este numărul real $r^{-1} = \frac{1}{r}$.

TEOREMA ÎMPĂRȚIRII CU REST

În $\mathbb{N}$: $\forall a, b \in \mathbb{N}, b \neq 0, \exists!\, c, r \in \mathbb{N}$ astfel încât $a = b \cdot c + r, 0 \leq r < b$.

În $\mathbb{Z}$: $\forall a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0, \exists!\, c \in \mathbb{Z}, r \in \mathbb{N}$ astfel încât $a = b \cdot c + r, 0 \leq r < |b|$.

DIVIZIBILITATE ÎN $\mathbb{N}$

Pentru $d, m \in \mathbb{N}$ spunem că $d \mid m$ dacă există $x \in \mathbb{N}$ astfel încât $m = d \cdot x$.

Proprietăți:

P_1: $1 \mid n$; $n \mid 0$, $\forall\, n \in \mathbb{N}$;

P_2: Dacă $a, d \in \mathbb{N}$ și $d \mid a$, atunci $d \mid a \cdot n$, $\forall\, n \in \mathbb{N}$;

P_3: Dacă $a, b, d \in \mathbb{N}$, $d \mid a$ și $d \mid b$, atunci $d \mid (a \pm b)$.

Criterii de divizibilitate:

I. Folosind ultima cifră a numărului:
$2 \mid n \Leftrightarrow u(n) \in \{0, 2, 4, 6, 8\}$; $5 \mid n \Leftrightarrow u(n) \in \{0, 5\}$; $10 \mid n \Leftrightarrow u(n) = 0$.

II. Folosind suma cifrelor numărului:
$3 \mid n \Leftrightarrow 3 \mid S(n)$; $9 \mid n \Leftrightarrow 9 \mid S(n)$.

III. Folosind ultimele două cifre ale numărului:
$4 \mid \overline{a...xy} \Leftrightarrow 4 \mid \overline{xy}$; $25 \mid \overline{a...xy} \Leftrightarrow 25 \mid \overline{xy}$.

Număr prim: număr natural care are exact doi divizori.

C.m.m.d.c.: $d = (a, b)$ dacă: i) $d \mid a$ și $d \mid b$;
ii) dacă $d' \mid a$ și $d' \mid b$, atunci $d' \mid d$.

Pentru a calcula (a, b) procedăm astfel:
- descompunem numerele a și b în factori primi;
- luăm factorii primi comuni, o singură dată, la exponentul cel mai mic și îi înmulțim.

Numerele a și b sunt relativ prime (prime între ele) dacă $(a, b) = 1$.

Dacă $d = (a, b)$, atunci $a = dx$, $b = dy$, cu $x, y \in \mathbb{N}$, $(x, y) = 1$.

Dacă $n \mid a$ și $n \mid b$, atunci $n \mid (a, b)$.
Dacă $a \mid b \cdot c$ și $(a, b) = 1$, atunci $a \mid c$.

C.m.m.m.c.: $m = [a, b]$ dacă: i) $a \mid m$ și $b \mid m$;
ii) dacă $a \mid m'$ și $b \mid m'$, atunci $m \mid m'$.

Pentru a calcula $[a, b]$ procedăm astfel:
- descompunem numerele a și b în factori primi;
- luăm factorii primi comuni și necomuni, o singură dată, la exponentul cel mai mare și îi înmulțim.

Dacă $a \mid n$ și $b \mid n$, atunci $[a, b] \mid n$.
Oricare ar fi $a, b \in \mathbb{N}$, are loc egalitatea $(a, b) \cdot [a, b] = a \cdot b$.

PUTERI

$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot ... \cdot a}_{\text{de } n \text{ ori}}$; $a \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}^*$;

$a^0 = 1, \forall\, a \in \mathbb{R}^*$; $a^1 = a, \forall\, a \in \mathbb{R}$; $1^n = 1, \forall\, n \in \mathbb{N}$; 0^0 nu are sens.

$a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$, $a \in \mathbb{R}^*, n \in \mathbb{N}$.

OPERAȚII CU PUTERI

1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$; $\forall\, a \in \mathbb{R}^*, m, n \in \mathbb{Z}$.

2. $a^m : a^n = a^{m-n}$; $\forall\, a \in \mathbb{R}^*, m, n \in \mathbb{Z}$.

3. $(a^m)^n = a^{mn}$; $\forall\, a \in \mathbb{R}^*, m, n \in \mathbb{Z}$.

4. $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$; $\forall\, a, b \in \mathbb{R}^*, n \in \mathbb{Z}$.

5. $(a : b)^n = a^n : b^n$, $a, b \in \mathbb{R}^*, n \in \mathbb{Z}$.

6. $(-1)^n = \begin{cases} 1, & \text{dacă } n \text{ este număr par;} \\ -1, & \text{dacă } n \text{ este număr impar.} \end{cases}$

FRACȚII ORDINARE, FRACȚII ZECIMALE

Fracție ireductibilă: $\dfrac{a}{b}$, cu $a, b \in \mathbb{N}$, $b \neq 0$, $(a, b) = 1$.

Fracții echivalente: $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$ dacă $a \cdot d = b \cdot c$.

Dacă $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{Z}^*$, atunci $\dfrac{a}{b} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow b \mid a$.

Transformarea fracțiilor zecimale în fracții ordinare:

Tipul fracției zecimale	**Mod de transformare**	**Exemplu**
zecimală finită	$\overline{a,b_1b_2...b_k} = a\dfrac{\overline{b_1b_2...b_k}}{10^k}$	$2{,}79 = 2\dfrac{79}{10^2} = \dfrac{279}{100}$
periodică simplă	$\overline{a,(b_1b_2...b_k)} = a\dfrac{\overline{b_1b_2...b_k}}{\underbrace{99...9}_{k \text{ ori}}}$	$13,(24) = 13\dfrac{24}{99}$
periodică mixtă	$\overline{a,b_1b_2...b_k(c_1c_2...c_p)} = a\dfrac{\overline{b_1b_2...c_p} - \overline{b_1b_2...b_k}}{\underbrace{99...9}_{p \text{ ori}}\underbrace{00...0}_{k \text{ ori}}}$	$3{,}61(754) = 3\dfrac{61754-61}{99900}$

MEDIA ARITMETICĂ

$m_a = \dfrac{x_1 + x_2}{2}$; $m_a = \dfrac{x_1 + x_2 + ... + x_k}{k}$, $\forall\, x_1, x_2, \ldots, x_k \in \mathbb{R}$.

Dacă $p_1, p_2, \ldots, p_k$ sunt respectiv ponderile numerelor $x_1, x_2, \ldots, x_k$, atunci:

$$m_p = \frac{x_1p_1 + x_2p_2 + ... + x_kp_k}{p_1 + p_2 + ... + p_k} \text{ (media aritmetică ponderată).}$$

MODULUL UNUI NUMĂR REAL

$|x|$ – modulul (sau valoarea absolută) a unui număr real; $|x| = \begin{cases} x, \text{ dacă } x \geq 0 \\ -x, \text{ dacă } x < 0 \end{cases}$.

Proprietăţi ale modulului:

P_1: $|x| \geq 0, \forall\, x \in \mathbb{R}$; $|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$;

P_2: $|x \cdot y| = |x| \cdot |y|, \forall\, x, y \in \mathbb{R}$;

P_3: $\left|\frac{x}{y}\right| = \frac{|x|}{|y|}, \forall\, x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}^*$;

P_4: $|x + y| \leq |x| + |y|, \forall\, x, y \in \mathbb{R}$.

PARTEA ÎNTREAGĂ A UNUI NUMĂR REAL: $[x]$

$[x] \leq x < [x] + 1$; $[x] \in \mathbb{Z}$.

PARTEA FRACŢIONARĂ A UNUI NUMĂR REAL: $\{x\}$

$\{x\} = x - [x]$; $0 \leq \{x\} < 1$.

RĂDĂCINA PĂTRATĂ (RADICALUL)

$\sqrt{a} = x \Leftrightarrow x^2 = a$, unde $a, x \in \mathbb{R}$, $a, x \geq 0$.

REGULI DE CALCUL CU RADICALI

1. Dacă $a \geq 0$, $b \geq 0$, atunci $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$.
2. Dacă $a \geq 0$, $b > 0$, atunci $\sqrt{a} : \sqrt{b} = \sqrt{a : b} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$.
3. $\sqrt{a^2 b} = a\sqrt{b}$, $a \geq 0$; $b \geq 0$.
4. $\sqrt{a^2} = |a|$, $a \in \mathbb{R}$; $\sqrt{a^2} = (\sqrt{a})^2 = a$, dacă $a \in \mathbb{R}_+$; $\sqrt{a^2 b} = |a|\sqrt{b}$, $a \in \mathbb{R}, b \geq 0$.

RAŢIONALIZAREA NUMITORULUI

1. $\frac{^{\sqrt{b})}c}{a\sqrt{b}} = \frac{c\sqrt{b}}{a \cdot b}$, $b > 0, a \neq 0$.
2. $\frac{^{\sqrt{a}-\sqrt{b})}c}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{c(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{a-b}$, $\frac{^{\sqrt{a}+\sqrt{b})}c}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{c(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{a-b}$, $a > 0, b > 0, a \neq b$.
3. $\frac{n}{a\sqrt{b} \pm c\sqrt{d}} = \frac{n(a\sqrt{b} \mp c\sqrt{d})}{a^2 \cdot b - c^2 \cdot d}$, $b > 0, d > 0, a \in \mathbb{Q}^*, c \in \mathbb{Q}^*$ şi $a^2 b \neq c^2 d$.

FORMULA RADICALILOR COMPUȘI

$\sqrt{a \pm \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a+c}{2}} \pm \sqrt{\frac{a-c}{2}}$, unde $c = \sqrt{a^2 - b}$

INTERVALE ÎN ℝ

$(a; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$; $(a; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \le b\}$;

$[a; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \le x \le b\}$; $[a; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \le x < b\}$.

$[a; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x \ge a\}$; $(a; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$;

$(-\infty; a) = \{x \in \mathbb{R} \mid x < a\}$; $(-\infty; a] = \{x \in \mathbb{R} \mid x \le a\}$.

$\{x \in \mathbb{R} \mid |x| \le a\} = [-a; a]$.

$\{x \in \mathbb{R} \mid |x| \ge a\} = (-\infty; -a] \cup [a; +\infty)$.

FORMULE DE CALCUL PRESCURTAT

1. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.
2. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.
3. $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$.
4. $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$.

5*. $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$.

6*. $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$.

7*. $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$.

8*. $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$.

9*. $1 + a + a^2 + \ldots + a^n = \frac{a^{n+1} - 1}{a - 1}$, $\forall a \in \mathbb{R} \setminus \{1\}, n \in \mathbb{N}^*$.

MEDIA GEOMETRICĂ (PROPORȚIONALĂ)

$m_g = \sqrt{a \cdot b}$, $a \ge 0, b \ge 0$;

$a \le m_g \le m_a \le b$, pentru $0 \le a \le b$ (inegalitatea mediilor).

PRODUSUL CARTEZIAN

$A \times B = \{(x, y) | x \in A \text{ și } y \in B\}$.

Dacă alegem în plan un sistem de coordonate xOy, putem identifica elementele produsului cartezian $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ cu punctele planului. Oricărei perechi ordonate de numere reale (x_A, y_A) îi corespunde un unic punct $A(x_A, y_A)$; x_A se numește abscisa punctului A, iar y_A se numește ordonata punctului A.

Distanța dintre două puncte $A(x_A, y_A)$ și $B(x_B, y_B)$ se calculează după formula:

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}.$$

Coordonatele mijlocului segmentului AB sunt:

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2};\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2}.$$

FUNCȚII

Fie A și B două mulțimi nevide. Dacă printr-un procedeu oarecare facem ca *fiecărui* element din mulțimea A să-i corespundă *un singur* element din mulțimea B, atunci spunem că am definit o funcție de la A la B.

$f: A \to B$; A – domeniul de definiție; B – codomeniul.

Graficul unei funcții: $G_f = \{(x, y) \in A \times B \mid f(x) = y\}$.

$M(x, y) \in G_f \Leftrightarrow f(x) = y$, cu $x \in A, y \in B$.

Funcțiile $f: A \to B$ și $g: C \to D$ sunt egale dacă $A = C$, $B = D$ și $f(x) = g(x)$, $\forall\, x \in A$.

FUNCȚIA DE GRADUL I

Este o funcție $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definită prin $f(x) = ax + b$, unde $a, b \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$.

Graficul unei asemenea funcții este o dreaptă oblică.

$$\left.\begin{array}{l} G_f \cap O_y = \{A(0; b)\} \\ G_f \cap O_x = \left\{B\left(-\dfrac{b}{a}; 0\right)\right\} \end{array}\right\}$$ Punctele de intersecție ale graficului cu axele de coordonate.

Dacă $a = 0$, $b \neq 0 \Rightarrow f(x) = b$ (funcția este constantă); graficul este o dreaptă orizontală.

ECUAȚIA DE GRADUL AL II-LEA

Forma generală: $ax^2 + bx + c = 0$, unde $a \in \mathbb{R}^*$, $b, c \in \mathbb{R}$.

Discriminantul ecuației: $\Delta = b^2 - 4ac$.

Dacă $\Delta > 0$, ecuația are două soluții reale distincte: $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$.

Dacă $\Delta = 0$, cele două soluții sunt egale: $x_1 = x_2 = -\dfrac{b}{2a}$.

Dacă $\Delta < 0$, ecuația nu are soluții reale.

Pentru $\Delta \geq 0$, expresia $aX^2 + bX + c$ se descompune în factori astfel: $a(X - x_1)(X - x_2)$.

GEOMETRIE

UNITĂȚI DE MĂSURĂ

Tipul măsurătorii \ Unitatea de exprimare	Submultiplii			Unitatea principală	Multiplii		
Lungime	mm $\underset{\times 10}{\overset{:10}{\rightleftarrows}}$	cm $\underset{\times 10}{\overset{:10}{\rightleftarrows}}$	dm $\underset{\times 10}{\overset{:10}{\rightleftarrows}}$	m $\underset{\times 10}{\overset{:10}{\rightleftarrows}}$	dam $\underset{\times 10}{\overset{:10}{\rightleftarrows}}$	hm $\underset{\times 10}{\overset{:10}{\rightleftarrows}}$	km
Suprafață	mm^2 $\underset{\times 10^2}{\overset{:10^2}{\rightleftarrows}}$	cm^2 $\underset{\times 10^2}{\overset{:10^2}{\rightleftarrows}}$	dm^2 $\underset{\times 10^2}{\overset{:10^2}{\rightleftarrows}}$	m^2 $\underset{\times 10^2}{\overset{:10^2}{\rightleftarrows}}$	dam^2 $\underset{\times 10^2}{\overset{:10^2}{\rightleftarrows}}$	hm^2 $\underset{\times 10^2}{\overset{:10^2}{\rightleftarrows}}$	km^2
Volum	mm^3 $\underset{\times 10^3}{\overset{:10^3}{\rightleftarrows}}$	cm^3 $\underset{\times 10^3}{\overset{:10^3}{\rightleftarrows}}$	dm^3 $\underset{\times 10^3}{\overset{:10^3}{\rightleftarrows}}$	m^3 $\underset{\times 10^3}{\overset{:10^3}{\rightleftarrows}}$	dam^3 $\underset{\times 10^3}{\overset{:10^3}{\rightleftarrows}}$	hm^3 $\underset{\times 10^3}{\overset{:10^3}{\rightleftarrows}}$	km^3

Pentru suprafețe:

1 ha = 100 ari = 10 000 m^2; 1 ar = 100 m^2.

Pentru capacitate, unitatea principală este litrul (ℓ).

1 dm^3 = 1 ℓ; 1 cm^3 = 1 ml; 1 m^3 = 1000 ℓ.

Unitatea principală pentru masă este kilogramul (kg).

1 kg = 1000 g; 1 t = 1000 kg; 1 q = 100 kg.

Unitatea principală pentru măsurarea timpului este secunda (s).

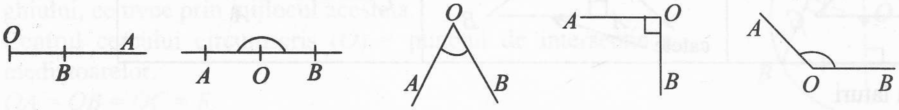
1 min = 60 s; 1 h = 60 min; 1 zi = 24 h.

UNGHIUL

Unghi = reuniunea a două semidrepte închise cu aceeași origine.
Unghiurile se măsoară în grade, minute și secunde: $1° = 60'$; $1' = 60''$.

Clasificarea unghiurilor:

Unghi nul *Unghi alungit* *Unghi ascuțit* *Unghi drept* *Unghi obtuz*



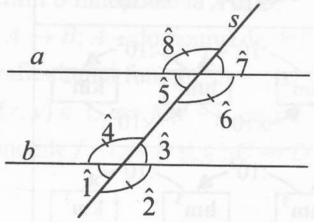
$m(\sphericalangle AOB) = 0°$ $m(\sphericalangle AOB) = 180°$ $m(\sphericalangle AOB) < 90°$ $m(\sphericalangle AOB) = 90°$ $m(\sphericalangle AOB) > 90°$

Unghiuri congruente = unghiuri care au aceeași măsură.
Bisectoarea unui unghi = semidreapta cu originea în vârful unghiului, situată în interior, care împarte unghiul în două unghiuri congruente.
Unghiuri adiacente: au același vârf, o latură comună și nu au puncte interioare comune.

Unghiuri complementare: două unghiuri care au suma măsurilor de 90°.
Unghiuri suplementare: două unghiuri care au suma măsurilor de 180°.
Unghiuri opuse la vârf: două unghiuri cu vârful comun și laturile în prelungire.
Două unghiuri opuse la vârf sunt congruente.

Drepte paralele: două drepte coplanare, fără puncte comune.
Drepte perpendiculare: două drepte concurente care formează un unghi drept.

Unghiuri congruente formate de două drepte paralele cu o secantă:

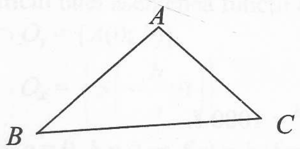


$\hat{3} \equiv \hat{5}$, $\hat{4} \equiv \hat{6}$ — **alterne interne**

$\hat{1} \equiv \hat{7}$, $\hat{2} \equiv \hat{8}$ — **alterne externe**

$\hat{1} \equiv \hat{5}$, $\hat{4} \equiv \hat{8}$, $\hat{2} \equiv \hat{6}$, $\hat{3} \equiv \hat{7}$ — **corespondente**

TRIUNGHIUL

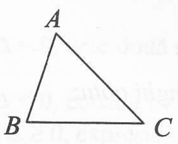
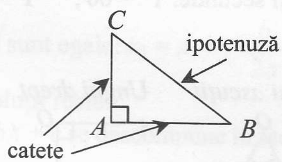
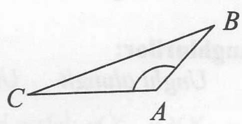


Notație: ΔABC
Elemente:
- vârfuri: A, B, C
- laturi: $[AB], [BC], [AC]$
- unghiuri: $\sphericalangle BAC, \sphericalangle ABC, \sphericalangle BCA$

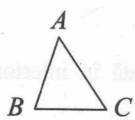
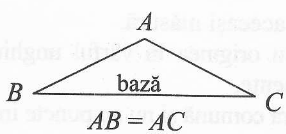
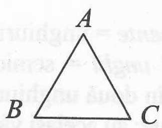
$m(\sphericalangle A) + m(\sphericalangle B) + m(\sphericalangle C) = 180°$

Inegalitatea triunghiului:
$|AB - AC| < BC < AB + AC$

Clasificare:
I. După unghiuri

Ascuțitunghic	Dreptunghic	Obtuzunghic
		

II. După laturi

Oarecare	Isoscel	Echilateral
	 $AB = AC$	 $AB = BC = CA$

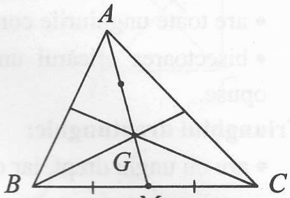
Triunghiuri congruente: au laturile omoloage congruente şi unghiurile omoloage congruente.
Cazuri de congruență:

Triunghiuri oarecare	Triunghiuri dreptunghice
1. L.U.L. 2. U.L.U. 3. L.L.L.	1. C.C. 2. C.U. 3. I.U. 4. I.C.

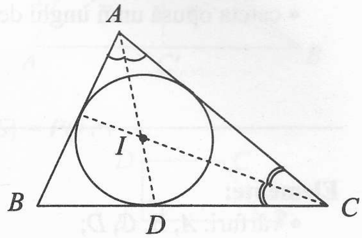
LINII IMPORTANTE ÎN TRIUNGHI

Mediana: segmentul care uneşte un vârf al triunghiului cu mijlocul laturii opuse.
Centrul de greutate (G) = punctul de intersecție a medianelor.

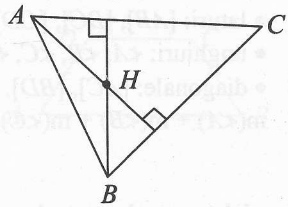
$AG = \frac{2}{3}AM$; $GM = \frac{1}{3}AM$.



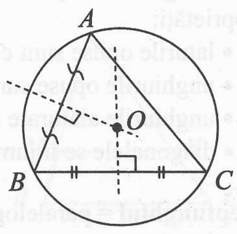
Bisectoarea: semidreapta cu originea în vârful unghiului, interioară unghiului, ce formează cu laturile unghiului două unghiuri congruente.
Centrul cercului înscris (I) = punctul de intersecție a bisectoarelor.
$d(I, AB) = d(I, AC) = d(I, BC) = r$.



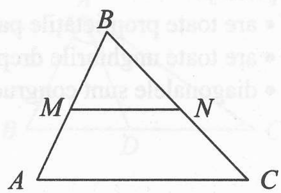
Înălțimea: segmentul ce trece printr-un vârf al triunghiului şi este perpendicular pe latura opusă.
Ortocentrul triunghiului (H) = punctul de intersecție a înălțimilor.



Mediatoarea: dreapta perpendiculară pe o latură a triunghiului, ce trece prin mijlocul acesteia.
Centrul cercului circumscris (O) = punctul de intersecție a mediatoarelor.
$OA = OB = OC = R$.



Linia mijlocie în triunghi: segment care uneşte mijloacele a două laturi ale triunghiului.
Linia mijlocie este paralelă cu a treia latură şi egală cu jumătate din lungimea acesteia.



TRIUNGHIURI SPECIALE

Triunghiul isoscel:
- are două laturi congruente (a treia se numește bază);
- unghiurile alăturate bazei sunt congruente;
- bisectoarea unghiului din vârf este mediană, înălțime și mediatoare corespunzătoare bazei.

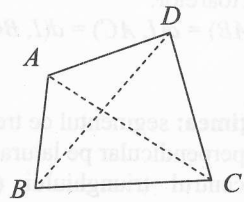
Triunghiul echilateral:
- are toate laturile congruente;
- are toate unghiurile congruente (fiecare având măsura de 60°);
- bisectoarea oricărui unghi este mediană, înălțime și mediatoare corespunzătoare laturii opuse.

Triunghiul dreptunghic:
- are un unghi drept, iar celelalte două sunt ascuțite și complementare;
- mediana corespunzătoare ipotenuzei este egală cu jumătate din lungimea ipotenuzei;
- cateta opusă unui unghi de 30° este egală cu jumătate din ipotenuză (teorema 30-60-90°).

PATRULATERE

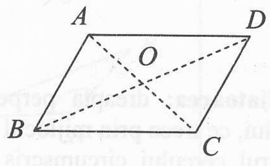
Elemente:
- vârfuri: A, B, C, D;
- laturi: $[AB], [BC], [CD], [AD]$;
- unghiuri: $\sphericalangle A, \sphericalangle B, \sphericalangle C, \sphericalangle D$;
- diagonale: $[AC], [BD]$.

$m(\sphericalangle A) + m(\sphericalangle B) + m(\sphericalangle C) + m(\sphericalangle D) = 360°$



patrulater convex

Paralelogramul = patrulaterul cu laturile opuse paralele.
Proprietăți:
- laturile opuse sunt congruente;
- unghiurile opuse sunt congruente;
- unghiurile alăturate sunt suplementare;
- diagonalele se înjumătățesc.



Dreptunghiul = paralelogramul cu un unghi drept.
Proprietăți:
- are toate proprietățile paralelogramului;
- are toate unghiurile drepte;
- diagonalele sunt congruente.